

# Transfert de chaleur dans un tube vertical avec écoulement de convection mixte à débit variable

Ton Hoang Mai\*, Nadim El Wakil, Jacques Padet

Laboratoire de thermomécanique, Utap, faculté des sciences, BP 1039, 51687 Reims, France

(Reçu le 10 mars 1998, accepté le 3 décembre 1998)

Abridged English version at the end of the text

**Abstract — Mixed heat convection in vertical pipe flow submitted to variable flow rate.** In this paper, we propose a numerical study on the mixed heat convection of a laminar flow inside a vertical pipe. A flow rate step is imposed at the inlet of the tube and a heat transfer coefficient is used to calculate the external heat convection. Both cases of positive and negative steps are considered. A strong difference in the thermal and the dynamic behaviour of the flow is observed between these two cases. Moreover, a non-dimensional study on the influence of some parameters like the thermal buoyancy coefficient, characterized by  $Ri_\infty Re_\infty$ , and the external heat transfer, characterized by  $Bi^*/Pe$  (generalized Biot/Péclet numbers), has shown that, in the case of laminar mixed convection, their influence on both the inner flow and the wall heat transfer is great. © Elsevier, Paris.

mixed convection / vertical pipe / heat transfer / physical modelling

**Résumé —** Nous proposons dans cet article l'étude d'écoulements bidimensionnels et laminaires en convection mixte dans un tube vertical, avec échange convectif à la surface externe, lorsque l'entrée est soumise à un échelon de débit. Les calculs ont été effectués avec des échelons positifs ou négatifs. Ils confirment une forte différence du comportement thermohydraulique de l'écoulement entre ces deux cas. De plus, une première étude de similitude semble montrer que le coefficient de poussée thermique  $Ri_\infty Re_\infty$  et les échanges extérieurs caractérisés par un groupement adimensionnel  $Bi^*/Pe$  ( $Bi^*$  : nombre de Biot généralisé) jouent un rôle important en convection mixte laminaire sur le transfert de chaleur à la paroi et sur l'écoulement. © Elsevier, Paris.

convection mixte / tube vertical / transfert de chaleur / modélisation physique

## Nomenclature

$Bi^*$	nombre de Biot généralisé = $h_a R/\lambda$
$c_p$	capacité thermique massique du fluide à pression constante..... $J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$
$g$	accélération de la pesanteur..... $m \cdot s^{-2}$
$Gr$	nombre de Grashof $g \beta \Delta T R^3 / \nu^2$
$h$	coefficient d'échange convectif..... $W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$
$p^+$	pression motrice..... Pa
$Pe$	nombre de Péclet = $Re Pr$
$Pr$	nombre de Prandtl = $\mu c_p / \lambda$
$q_v$	débit volumique..... $m^3 \cdot h^{-1}$
$\Delta q_v$	amplitude du saut de débit..... $m^3 \cdot h^{-1}$
$r$	coordonnée radiale
$R$	rayon du tube..... m

$Re$	nombre de Reynolds = $V_d R / \nu$
$\Delta Re$	saut du nombre de Reynolds
$Ri$	nombre de Richardson = $Gr / Re^2$
$Ri Re$	coefficient de poussée thermique $Gr / Re$
$St$	nombre de Stanton $\varphi_p / \rho c_p V_d \Delta T$
$t$	temps..... s
$T$	température..... K
$U$	vitesse verticale..... $m \cdot s^{-1}$
$V$	vitesse horizontale..... $m \cdot s^{-1}$
$V_d$	vitesse débitante..... $m \cdot s^{-1}$
$z$	coordonnée axiale

## Lettres grecques

$\alpha$	diffusivité thermique..... $m^2 \cdot s^{-1}$
$\beta$	coefficient d'expansion volumique de l'eau..... $K^{-1}$
$\varphi_p$	densité de flux à la paroi..... $W \cdot m^{-2}$
$\lambda$	conductivité thermique..... $W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$

\* Correspondance et tirés à part.

Cet article fait suite à une communication présentée par les auteurs aux 8<sup>es</sup> JITH qui se sont tenues à Marseille du 7 au 10 juillet 1997.

$\nu$	viscosité cinématique . . . . .	$m^2 \cdot s^{-1}$
$\rho$	masse volumique . . . . .	$kg \cdot m^{-3}$

*Indices*

a	référence ambiante
e	entrée du tube
o	état initial
p	à la paroi
$\infty$	état final

**1. INTRODUCTION**

Le transfert de chaleur en convection mixte dans les canalisations est toujours un thème de recherche et de développement. L'essentiel de l'effort dans ce domaine est basé sur la compréhension des mécanismes de transfert de chaleur à la paroi et dans l'écoulement. De nombreuses études ont été entreprises sur la convection mixte en régime variable, parmi lesquels on peut citer comme investigations récentes celles de Martin et al. [1], relatives à l'étude de la convection mixte dans un tube vertical, lorsque la paroi est soumise à un changement brusque de la température, et celles de Yan [2], qui a examiné l'influence d'un échelon de flux à la paroi sur les évolutions temporelles de la structure thermohydraulique de l'écoulement. Dans le cas de conditions aux limites variables à l'entrée du tube, Baudoin et al. [3] ont étudié expérimentalement la réponse d'un radiateur à eau. Cette étude a été confirmée par Fulcheri et al. [4]. Dans ce cadre d'étude, pour mieux cerner les mécanismes de transferts mis en jeu, Mai et al. [5] ont étudié la convection mixte dans un tube vertical (considéré comme un élément de radiateur à eau), lorsque l'entrée est soumise à un échelon de température. Ils ont mis en évidence une dissymétrie des profils de vitesse et de température entre l'échelon positif et l'échelon négatif.

L'objectif de ce travail porte sur l'analyse du comportement instationnaire de l'écoulement dans un tube vertical, soumis à un échelon de débit à l'entrée. En particulier, nous nous intéressons aux problèmes relatifs à la similitude dans le transfert de chaleur à la paroi et dans l'écoulement.

**2. MODÉLISATION**

Nous envisageons une étude du comportement thermohydraulique d'un radiateur de chauffage central, soumis à un échelon de débit d'entrée. Pour mieux cerner les mécanismes de transfert mis en jeu, nous nous intéressons à un seul élément de radiateur, en considérant le cas suivant : un tube vertical avec coefficient d'échange convectif à la surface externe du tube,

circulation d'eau descendante et laminaire, échelon de débit imposé à l'entrée du tube. Les propriétés thermophysiques du fluide sont indépendantes de la température, sauf dans le terme de gravité (approximation de Boussinesq). La formulation du problème comprend donc l'équation de continuité, l'équation verticale de quantité de mouvement et l'équation d'énergie, le tout en coordonnées cylindriques à symétrie axiale. L'axe des  $z$  est choisi dans le sens de l'écoulement du fluide et de la gravité. Les équations s'écrivent, pour un écoulement bidimensionnel :

$$\frac{\partial U}{\partial z} + \frac{V}{r} + \frac{\partial V}{\partial r} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial z} + V \frac{\partial U}{\partial r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p^+}{\partial z} - g \beta (T_e - T_p) + \nu \left( \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{\partial^2 U}{\partial r^2} \right) \tag{2}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + U \frac{\partial T}{\partial z} + V \frac{\partial T}{\partial r} = \alpha \left( \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} \right) \tag{3}$$

où  $p^+ = p - \rho g z$ .

Les conditions aux limites et les conditions initiales sont les suivantes :

- à la paroi extérieure du tube ( $r = R$ ) :  $U = V = 0$  ; densité de flux pariétal :  $\varphi_p = h_a(T_p - T_a)$  ;
- sur l'axe ( $r = 0$ ) :

$$\frac{\partial U}{\partial r} = \frac{\partial T}{\partial r} = 0$$

- à l'entrée ( $z = 0$ ) : écoulement laminaire établi (profils de vitesse  $U_0$  paraboliques)

- température d'injection  $T_e$
- pour  $t < 0$  : débit  $q_{vo}$  ; Reynolds  $Re_o$
- pour  $t > 0$  : débit  $q_{v\infty} = q_{vo} + \Delta q_v$   
( $\Delta q_v > 0$  ou  $< 0$ )

$$Reynolds \quad Re_\infty = Re_o + \Delta Re \quad (Re = V_d R / \nu)$$

**3. RÉOLUTION NUMÉRIQUE**

La résolution numérique des équations est assurée par la méthode des différences finies avec un schéma purement implicite, dans lequel les différences amont sont utilisées pour le terme de convection axiale, les différences centrées pour les termes de convection radiale et de diffusion, et les différences aval pour le terme temporel. De plus, le domaine étudié est discrétisé par un maillage irrégulier de type Tchebychev, avec un pas variable selon la direction  $r$  et un pas régulier selon la direction  $z$ . L'indice  $i$  concerne la coordonnée radiale  $r$ , l'indice  $j$  la coordonnée axiale  $z$ , et  $n$  le terme temporel.

Dans une première étape, on discrétise les équations (2) et (3) sous la forme :

$$\begin{aligned} & \left( \frac{\partial U}{\partial t} \right)_{ij}^{n+1} + U_{ij}^{n+1} \left( \frac{\partial U}{\partial z} \right)_{ij}^{n+1} + V_{ij}^{n+1} \left( \frac{\partial U}{\partial r} \right)_{ij}^{n+1} \\ & = \left( -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p^+}{\partial z} \right)_{ij}^{n+1} - g \beta (T_e - T_{p,j}^{n+1}) + \nu \left( \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{\partial^2 U}{\partial r^2} \right)_{ij}^{n+1} \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} & \left( \frac{\partial T}{\partial t} \right)_{ij}^{n+1} + U_{ij}^{n+1} \left( \frac{\partial T}{\partial z} \right)_{ij}^{n+1} \\ & + V_{ij}^{n+1} \left( \frac{\partial T}{\partial r} \right)_{ij}^{n+1} = \alpha \left( \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} \right)_{ij}^{n+1} \end{aligned} \quad (5)$$

où  $T_{p,j}^{n+1}$  est la température de paroi à la ligne  $j$  et à l'instant  $n+1$ .

Le traitement numérique des équations discrétisées (4) et (5) est délicat à cause du terme de gradient de pression local  $\frac{\partial p^+}{\partial z}$ . Généralement, on procède à une estimation relativement empirique, et on le considère comme constant [2]. Pour avoir une meilleure précision sur ce terme, nous avons tenté de l'affiner en partant du fait que la conservation du débit n'est plus assurée si l'on estime par une valeur approchée. Cette remarque nous conduit à écrire le gradient de pression dans (4) sous la forme :

$$\left( \frac{\partial p^+}{\partial z} \right)_{ij}^{n+1} = \left( \frac{\partial p^+}{\partial z} \right)_d + \zeta_j^{n+1} (q_{v0} - q_{vj}^{n+1}) \quad (6)$$

où  $\left( \frac{\partial p^+}{\partial z} \right)_d$  est le gradient de pression dynamique pour un écoulement laminaire entièrement développé,  $q_{v0}$  le débit à  $z=0$ ,  $q_{vj}$  le débit calculé à la ligne  $j$  et  $\zeta_j^{n+1}$  le coefficient de correction. Ce coefficient est déterminé à chaque instant et pour chaque  $z$  de telle sorte qu'il y ait conservation du débit après avoir appliqué l'échelon de débit. Il dépend également du signe de l'échelon (positif ou négatif).

Après linéarisation, les équations (4) et (5) deviennent, en tenant compte de l'équation (6) :

$$a_i U_{i-1,j}^{n+1} + b_i U_{ij}^{n+1} + c_i U_{i+1,j}^{n+1} = s_i \quad (7)$$

$$a'_i T_{i-1,j}^{n+1} + b'_i T_{ij}^{n+1} + c'_i T_{i+1,j}^{n+1} = s'_i \quad (8)$$

où les  $a_i$ ,  $b_i$ ,  $c_i$ ,  $s_i$ ,  $a'_i$ ,  $b'_i$ ,  $c'_i$ ,  $s'_i$  sont des coefficients algébriques.

Les équations (7) et (8) forment un système tridiagonal qui sera résolu par l'algorithme de Thomas [6]. Le calcul commence à l'entrée du tube et avance selon le sens de l'écoulement du fluide. Le critère de convergence adopté est l'écart relatif de la vitesse et

de la température entre deux itérations successives, inférieur à  $10^{-4}$  en tout point du maillage.

Finalement, la procédure de calcul se résume ainsi, à chaque pas de temps :

- déterminer  $\zeta$  et résoudre l'équation en  $U$  (7) ;
- intégrer numériquement l'équation de continuité (1) pour obtenir  $V$  ;

$$V = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial z} \int_0^r U r dr \quad (9)$$

- résoudre l'équation en  $T$  (8) ;
- vérifier les critères de convergence du schéma numérique et recommencer les calculs en utilisant un processus itératif jusqu'à obtenir la convergence.

À partir des résultats numériques, nous cherchons à mettre en évidence les critères de similitude en convection mixte instationnaire.

Les flux de chaleur à la paroi sont représentés par le nombre de Stanton local :

$$St = \frac{\varphi_p}{\rho c_p V_{d\infty} (T - T_p)} \quad (10)$$

où  $V_{d\infty}$  est la vitesse débitante de l'écoulement à l'état final après avoir appliqué l'échelon de débit à l'entrée du tube.

Pour caractériser l'influence du coefficient d'échange convectif extérieur sur le transfert de chaleur à la paroi et à l'écoulement, nous introduisons un groupement adimensionnel  $Bi^*/Pe$ , où  $Bi^* = \frac{h_a R}{\lambda}$  est le nombre de Biot généralisé, qui traduit le rapport de la conductance extérieure à la conductance de référence de l'écoulement.

## 4. RÉSULTATS

On considère un tube vertical en cuivre, de diamètre 20/22 mm et de hauteur 800 mm. Les conditions aux limites à l'entrée et à la paroi du tube sont caractérisées par :

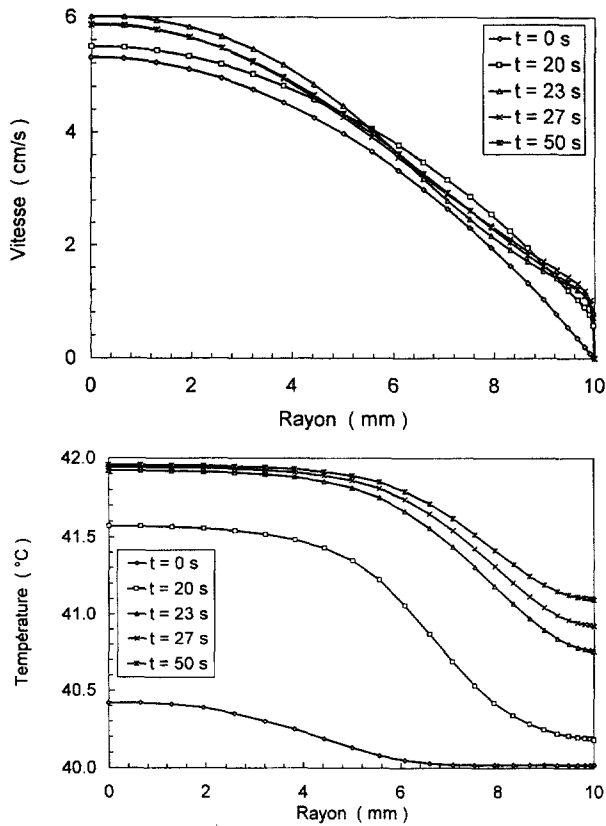
$$100 \leq Ri_\infty \leq 130$$

$$10^{-4} \leq Bi^*/Pe \leq 10^{-3}$$

Le nombre de Prandtl est pris égal à 4,3 (eau à 42 °C). Les autres données sont indiquées sur les figures.

Tout d'abord, nous analysons le comportement instationnaire de l'écoulement soumis à l'entrée du tube à un échelon de débit positif ou négatif.

Dans le cas de l'échelon de débit positif (figure 1), on observe que le champ de vitesse  $U$  dans une section est presque indépendant du temps. Le profil de température évolue régulièrement avec  $t$ . De plus, nous constatons également que le profil de température évolue plus rapidement au centre du tube que près de la paroi. Ceci est dû à l'évolution du profil de vitesse.

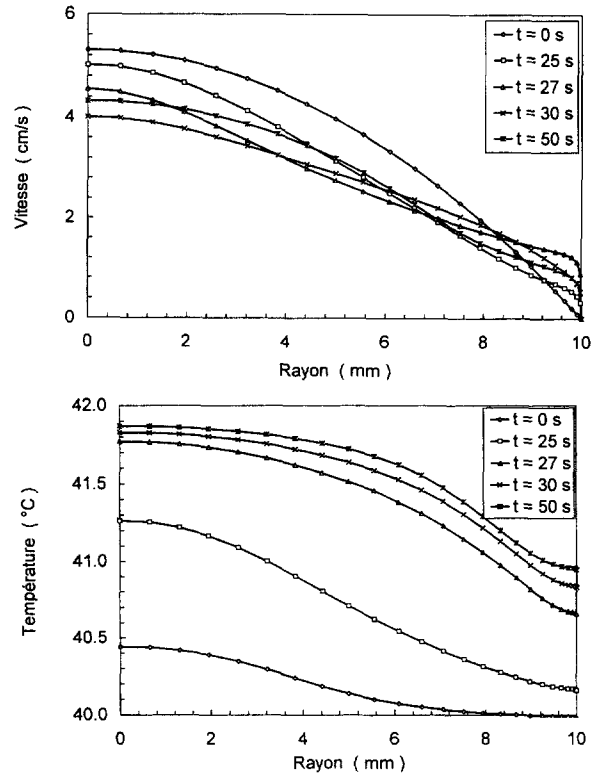


**Figure 1.** Profils de vitesse et de température pour  $z = 300$  mm,  $\Delta q_v = +5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$ ,  $q_{v0} = 3 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$ ,  $T_e = 42 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $T_a = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $Ri_\infty Re_\infty = 130$ ,  $Bi^*/Pe = 1,2 \cdot 10^{-4}$ .

**Figure 1.** Velocity and temperature profiles at  $z = 300$  mm,  $\Delta q_v = +5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$ ,  $q_{v0} = 3 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$ ,  $T_e = 42 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $T_a = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $Ri_\infty Re_\infty = 130$ ,  $Bi^*/Pe = 1.2 \cdot 10^{-4}$ .

La *figure 2* montre l'évolution temporelle des profils de vitesse et de température pour un échelon de débit négatif. Il apparaît ici que le profil de vitesse  $U$  subit une forte perturbation, caractérisée par un ralentissement au centre et par une accélération marquée à la périphérie. Du point de vue de l'évolution temporelle du profil de vitesse  $U$  pendant le régime transitoire, on observe une grande déformation de  $U$  pour  $t = 25$  s, puis une tendance beaucoup plus lente vers le profil final (environ 1 min). De plus, on observe que la déformation du profil de température est plus marquée que celui obtenu avec l'échelon positif.

L'ensemble de ces résultats met en évidence une forte différence de la réponse en température à des échelons positifs ou négatifs de même amplitude. Ceci est dû à l'évolution différente des champs de vitesses. En effet, la déformation des profils de vitesse et de température est d'autant plus marquée que la vitesse d'injection



**Figure 2.** Profils de vitesse et de température pour  $z = 300$  mm et  $\Delta q_v = -5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$ ; les autres données sont les mêmes que sur la *figure 1*.

**Figure 2.** Velocity and temperature profiles at  $z = 300$  mm and  $\Delta q_v = -5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$ ; other variables are the same as in *figure 1*.

est plus faible et que le coefficient d'échange convectif à la surface externe du tube est plus élevé (*figure 3*). On constate également qu'à la paroi le gradient de température devient important.

Afin de caractériser le transfert de chaleur à la paroi en convection mixte instationnaire, nous étudions l'évolution du nombre de Stanton local en fonction des conditions aux limites à l'entrée et à la surface externe du tube. À partir de l'analyse adimensionnelle, nous avons construit l'ordonnée et le temps adimensionnés, de la manière suivante :

$$z^* = z/R \quad \text{et} \quad t^* = \nu t/R^2$$

Les *figures 4* et *5* représentent l'évolution du transfert de chaleur en fonction du coefficient de poussée thermique et pour différentes valeurs de  $z^*$ . Ceci pour un même saut de débit ( $\Delta q_v = \pm 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$ ). Nous constatons que l'évolution du nombre de Stanton est quasi linéaire et nous notons également que le transfert de chaleur diminue le long du tube. De plus, on

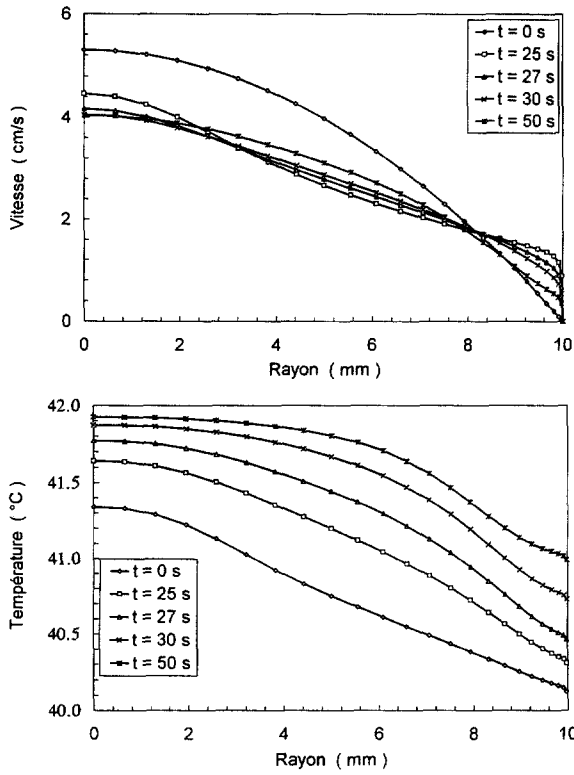


Figure 3. Profils de vitesse et de température pour  $Bi^*/Pe = 10^{-3}$ ; les autres données sont les mêmes que sur la figure 2.

Figure 3. Velocity and temperature profiles for  $Bi^*/Pe = 10^{-3}$ ; other variables are the same as in figure 2.

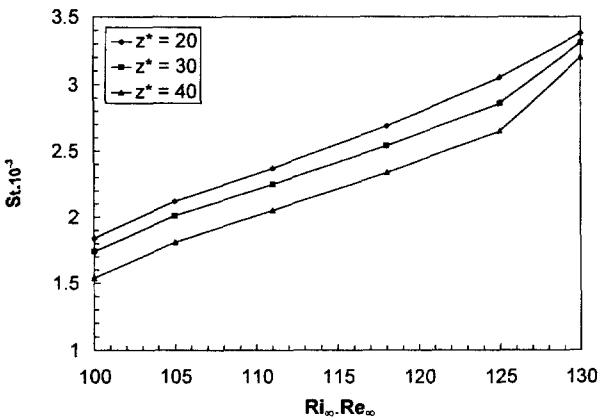


Figure 4. Évolution du nombre de Stanton en fonction de  $Ri_\infty Re_\infty$ ;  $\Delta q_v = +5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$  et  $t^* = 0,4$ .

Figure 4. Evolution of the Stanton number for different  $Ri_\infty Re_\infty$ ;  $\Delta q_v = +5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$  et  $t^* = 0,4$ .

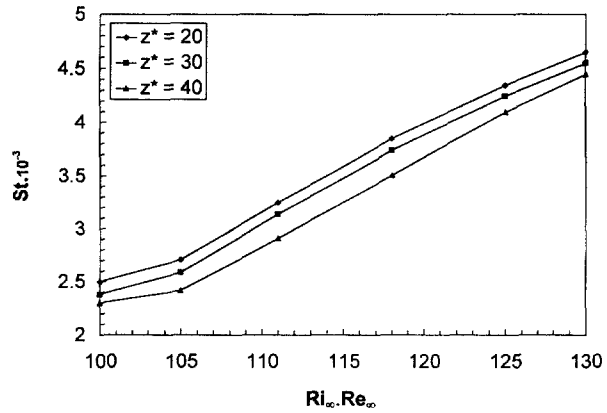


Figure 5. Évolution du nombre de Stanton en fonction de  $Ri_\infty Re_\infty$ ;  $\Delta q_v = -5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$  et  $t^* = 0,4$ .

Figure 5. Evolution of the Stanton number for different  $Ri_\infty Re_\infty$ ;  $\Delta q_v = -5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$  et  $t^* = 0,4$ .

observe une différence du transfert de chaleur à la paroi entre l'échelon positif et l'échelon négatif. Ceci est dû aux différences de comportement thermohydraulique de l'écoulement (figures 1 et 2).

Nous cherchons à mettre en évidence l'influence des échanges convectifs extérieurs sur le transfert de chaleur à la paroi. Dans ce but, nous définissons un paramètre  $Bi^*/Pe$  qui fait intervenir le coefficient d'échange extérieur. La figure 6 représente l'évolution du nombre de Stanton en fonction de la hauteur du tube  $z^*$  et ceci pour plusieurs instants  $t^*$ . Nous constatons une décroissance du nombre de Stanton le long du tube; on note également que le nombre de Stanton décroît rapidement au cours des premiers instants. Lorsque  $Bi^*/Pe$  devient grand, alors le transfert de chaleur à la paroi devient important (figure 7).

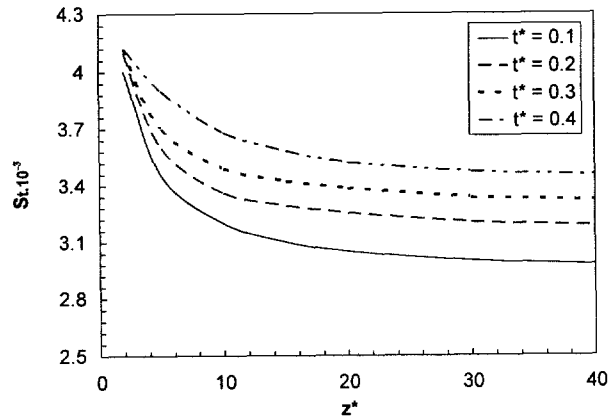
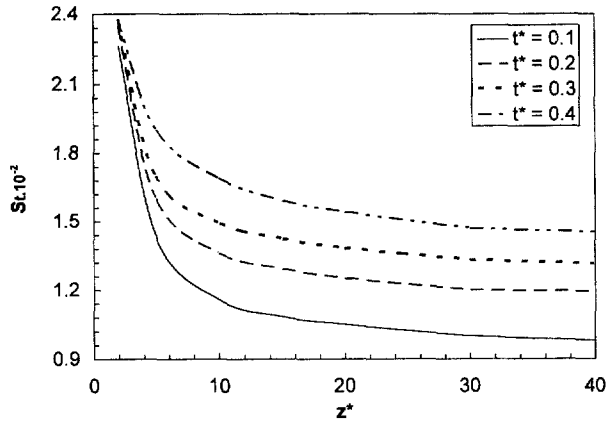


Figure 6. Évolution du nombre de Stanton en fonction de  $z^*$ ;  $Ri_\infty Re_\infty = 130$ ;  $Bi^*/Pe = 1,2 \cdot 10^{-4}$ .

Figure 6. Evolution of the Stanton number for different  $z^*$ ;  $Ri_\infty Re_\infty = 130$ ;  $Bi^*/Pe = 1,2 \cdot 10^{-4}$ .



**Figure 7.** Évolution du nombre de Stanton en fonction de  $z^*$ ;  $Ri_\infty Re_\infty = 130$ ;  $Bi^*/Pe = 6 \cdot 10^{-4}$ .

**Figure 7.** Evolution of the Stanton number for different  $z^*$ ;  $Ri_\infty Re_\infty = 130$ ;  $Bi^*/Pe = 6 \cdot 10^{-4}$ .

L'ensemble de ces résultats nous montre que le coefficient de poussée thermique  $Ri_\infty Re_\infty$  et les échanges extérieurs caractérisés par  $Bi^*/Pe$  jouent un rôle important en convection mixte laminaire sur le transfert de chaleur à la paroi et sur l'écoulement.

## 5. CONCLUSION

Dans le cadre de l'écoulement en convection mixte instationnaire dans un tube vertical, soumis à un échelon

de débit à l'entrée, nous avons mis une forte influence des échelons positifs et négatifs sur le comportement thermohydraulique de l'écoulement et sur le transfert de chaleur à la paroi.

Enfin, nous avons mis en évidence un paramètre  $Bi^*/Pe$  qui pourrait caractériser l'influence des échanges extérieurs sur le transfert de chaleur à la paroi et sur l'écoulement.

## RÉFÉRENCES

- [1] Martin A., Shadday J.R., Combined forced/free convection through vertical tubes at high Grashof numbers, in : 8th International Heat Transfer Conference, San Francisco, 1986, 3, pp. 1433-1437.
- [2] Yan W.M., Transient mixed convection heat transfer in vertical pipe flows, *Int. Comm. Heat Mass Transfer* 19 (1992) 89-101.
- [3] Baudoin A., Abgrall M., Padet J., Réponse d'un corps de chauffe soumis à un échelon de température, in : 5<sup>e</sup> Journées Internationales de Thermique, Monastir, 1991, vol. 1, pp. 605-613.
- [4] Fulcheri L., Attalage R.A., Comportement dynamique des émetteurs de chaleur à circulation fluide. Étude théorique et expérimentale, *Rev. Gén. Therm.* 374 (1993) 77-91.
- [5] Mai T.H., El Wakil N., Padet J., Transient mixed convection in an upward vertical pipe flow: temporal evolution following an inlet temperature step, *Int. Comm. Heat Mass Transfer* 21 (5) (1994) 775-764.
- [6] Patankar S.V., Numerical heat transfer and fluid flow, Hemisphere Publishing Corporation, New York, 1980.

## Abridged English Version

### Mixed heat convection in vertical pipe flow submitted to variable flow rate

Mixed heat convection in pipes is a current theme of research and development. An accurate knowledge of the mechanisms that influence heat transfer in the flow and at the wall is important to ameliorate the performance of the system. Recently, many studies have been undertaken in order to understand these effects, some of them investigated the effect of a sudden change in the wall temperature or a heat flux imposed at the wall. The authors studied the effect of a temperature step imposed at the inlet of a vertical pipe, and they observed a dissymmetry in the velocity and the temperature profiles in the case of positive and negative steps. In this paper we investigate the effect of a flow

rate step imposed at the entrance of a pipe and we try to use the principal of similarity to characterize the heat transfer in the flow and at the wall.

The fluid used in this study is water, the flow is downward and the pipe is copper. A heat transfer coefficient is used to calculate the external heat convection. The thermophysical properties of the fluid are supposed to be constant except in the buoyancy term (the Boussinesq approximation). The problem is axisymmetric and we obtain a set of three partial differential equations (the continuity, the axial momentum and the energy equation). To compute the numerical solutions of the

problem, we solved the foregoing system by a finite-difference procedure. A fully implicit numerical scheme was employed, in which upwind differences are used for the axial convective term, central differences for the radial and diffusional terms, and backward differences for the temporal term. Moreover, we used a non-uniform grid, according to the Tchebychev method with variable steps in the radial direction and uniform steps in the axial direction. After discretization a set of linear equations with algebraic coefficients is obtained which can be solved efficiently using the Thomas algorithm. This scheme allows information to be calculated at consecutive streamwise locations, starting at the duct entrance and proceeding in the same direction as the flow.

In order to characterize the heat transfer under the unsteady state of mixed convection we used the similarity principle and we define a local Stanton number which characterizes the heat flux at the

wall, and the generalised Biot/Péclet numbers that characterize the external heat transfer.

The numerical results show that there is a big difference between the temperature and the velocity profiles in the two cases of positive and negative steps. The distortion of the profiles is more important in the case of smaller flow rate and a greater external heat transfer coefficient. Consequently, the wall heat flux is more important in this case, and the Stanton number evolves more rapidly in the case of a negative step and it has an almost linear shape as a function of the buoyancy term. Moreover, we have observed that the Stanton number decreases rapidly in the first seconds after the imposed step and along the tube.

Finally, in the case of laminar mixed convection in unsteady state, the buoyancy and the external heat transfer have a great effect on both the inner flow and the wall heat transfer.

